

# A létező világ

Kutasi László

2004. június 29.

## A létező világban

*Andrej Nyikolajevics Kolmogorov emlékére*

*„Emlékszel még a tegnapi?  
Emlékszel, hogy futottunk a ma után?  
És a szavainkra? A szavainkra emlékszel?  
Emlékszel a saját szavaidra?”*

Kántor Péter

*„nincsenek saját szavai.”*

Tóth Krisztina

*„Isten az Isten.”*

Pilinszky János

A minap összefutottam Nevetővel:  
– Á, Nevető – harsogtam –, üde, mint mindig.  
Hogy van a kedves Nevetőné? –  
Forró délelőtt volt,  
hat cekkerrel a kezemben nem éreztem elég erőt ahhoz,  
hogy a csarnokban a létező világ s a földi lét  
mozgatórugóiról  
cseréljek eszmét Nevetővel.  
Későn kapcsoltam.  
– Sajnálom, hisz megözvegyült. –  
Nebető hallgatott – Mióta is...?  
És már ott voltunk újra.  
Ha legközelebb véletlenül meglátom,  
szavamra, kitérek előle.  
Semmitmondó arckifejezéssel magyarázott,  
egy szavát sem értettem.  
Rántott májon és rumon járt az eszem,  
mikor megragadta a karom, és azt mondta:  
„A fenyők árnyéka, tudtuk, mikor fog hova érni,  
inkább a napról volt szó, hogy süssön addig.  
Majd akkor fog igazán kisütni,  
ha eléri a fenyőket, és a fenyők árnyékot vetnek ide.  
Azokra a sziklákra mondtuk ezt az idét,

amelyeken, kényszermegoldásként, feküdtünk.  
Akkor a vitorlások már rég elérték a túlsó partot.  
Meg is feledkeztünk a vitorlásokról.  
Valahogy így kellene történniök a dolgoknak  
a költeményekben is, és én ezt mintha álmodtam volna,  
úgy érzem most,  
tehát itt akkor most érkeztem el, úgy látszik,  
ahhoz a ponthoz, amelyen viszont máris  
túlvagyok,  
hol volt ez a pont, mi minden maradt abba ugyanúgy itt,  
az iméntiekben:  
elért bizonyos ponthoz,  
átlendült rajta a közlés,  
aztán mintha már a domb másik felén haladna tovább,  
lefelé, és adott helyzetünkből nem láthatjuk.  
Miért lenne ez a közlésekkel másképp?  
Miért hisszük, hogy kedvükért a terep elegyengethető?”  
Mire befejezte, az orrunk csaknem összeért.  
Még egy rövid pillanatig az arcomba meredt,  
majd visszatért poháralátét-ábrázatához.  
– Cr. – Mondtam, mivel még nem ocsúdtam fel teljesen.  
Ő bátorítólag hozzátette:  
„Előre, Illéri, előre!” – és felszívódott.

\*

A máj szívós volt, a rum pedig kevés.  
Magamban Nevetővel vitatkoztam.  
Mit akart mondani?  
Unom őt is meg a feleségét is a maguk történeteivel.  
– Mb. – Bőfögtem, és folytattam:  
Elegem van, Nevető, a talányaidból,  
meg a felhúzott szemöldöködből, *fenyők árnyéka!*  
Nincs olyan gondolat, amit ne lehetne elmondani tíz értelmes  
szóval.  
Persze az én időm nem drága neki.  
Akárhányszor lejövök, *véletlenül* mindig belebotlok, mindig.  
Talán egyfolytában itt járkál azzal a gőgös pofájával,  
és locsog összevissza.  
Nekem minden vágyam csak az,  
hogy eggyéköltsem és összerakjam,  
mi töredék és talány és szörnyű véletlen.  
És ugyan miként is viselhetném el ember voltomat,  
ha nem volna költő és talányok megoldója az ember,  
ha nem volna a véletlenek megváltója ő!

\*

Hivatalos voltam Nevetőékhez vacsorára.  
Mátrai borzaska – az asszony úgy főz, hogy csuda –  
somlói juhfarokkal.  
Amikor – végre – egyedül maradtam Nevetővel,  
elmondtam neki.  
Úgy nézett rám, mintha látna,  
de szeme semmit se nézett, akár a halé.  
Fekete, cukor, tejszín.  
„Hogyan?”  
– Nem tudom. Azt nem látom.  
„Az ilyet nem lehet megmondani előre, Illéri. Maga is tudja.”  
– Előre, Nevető?  
„Hát nem érti, ez nem számítható ki, ez véletlen?!”  
Nem vitáztam vele tovább.  
Ő is tudja, hogy nem tévedek.  
Hát persze, hogy összefutottunk másnap.  
Elővett egy pénzt, megpörgette és leejtette:  
„Fej. Mit gondol, mennyi a valószínűsége?”  
Most rajtam volt a sor, hogy megszorítsam a vállát,  
és belesziszegjem az arcába:  
– Van egy másik véletlen is, Nevető. –  
Úgy nézett rám, hogy nem hagyhattam abba:  
– Valóban, az egyetlen dolog, amit az idő mindenkor létrehoz:  
a veszteség;  
a nyereség és a kárpótlás majdnem mindig elképzelhető,  
de sohasem bizonyos.  
„Kárpótlás?”  
Jó, ez talán erős volt.

\*

Én is elvesztettem Vivienne-t,  
kinek adós vagyok a röpke gyönyörért,  
mely érzéseim serkenti ébredéskor,  
s az ütemért, mely álmunk nyugalmaát vezérli.  
S a szeretők hasonló lélegzetéért.  
De én mindazt, mi történt, előreéltem.  
Nevető bizonyosságot akar,  
a tudásra vágyik, mintha nem értené, hogy  
a tudathoz időkízüliség kell,  
de csak az időben lehet a pillanatra a rózsakertben,  
a pillanatra az esőverte lugasban,  
a pillanatra a huzatos templomban füstszállat idején  
emlékezni, múltba, jövőbe bonyolítva.  
Csak idővel lehet az időt legyőzni.  
„Miért?” – ez volt természetesen az első kérdése,  
amikor ezt egyszer a képébe vágtam,  
hogy miért kell az időt legyőzni.  
– Maga semmit se tud?  
Semmit se lát?  
Semmire sem emlékszik? –  
veszekedtem vele. – De látott már olyan embereket,  
akik tudják, hogy a jövő tükröződik arcukon  
és akik olyan udvariasak magával,  
„idő” szerelmese, hogy jövő nélküli arcot vágnak?  
„Fej. Látja?”

\*

– Hogy viseli? – Ha el tudnak képzelni  
egy fából faragott arcot kétségbeesett tekintettel,  
Nevető éppen úgy festett.  
„Nem tudom.”  
Én nem fogok rajta segíteni.  
„Mihez kezdjek most?”  
Járjon uszodába, vitorlázzon.  
„Miért?”  
És tanuljon meg főzni.  
– Ne hagyja el magát, barátom. –  
Kutató tekintettel nézett rám: még sohasem neveztem így.  
– Barátot mondtam, akiben készen áll a világ,  
aki bármikor kész világot ajándékozhat el.  
És ahogy kigöngyölődött előtte a világ,  
úgy csavarodik gyűrűkké előtte újra:  
a jó létrejötte a gonosz révén,  
s a célok létrejötte a véletlen által.  
„Hát itt tartunk megint?!” – ha veszekszik,  
sem nyavalyog legalább.  
„Van egyáltalán fogalma magának a véletlenről?  
Tud maga...? Tessék! Tessék: miért mondja mindig ugyanazt?  
Miért mindig ugyanazt látja?”  
– Mi hasznunk ennyi és megannyi képből...  
„Hagyja már! Mondtam magának;  
mondtam vagy nem mondtam?  
Előre, Illéri, előre!”

\*

Véletlenül van némi fogalmam a véletlenről.  
Történetesen.  
Félek tőle.  
Mert régen ismerős, mind ismerős nekem  
a reggel, délután, s az alkonyat.  
De hol lelhetek *bizonytalanságra*?  
A halál sejtelmében.  
Hogy még a vég előtt, a nyolcvanadik karácsony előtt  
(értve ezen a legutolsót, akárhányadik is lesz)  
az évről évre ismétlődő megindultság emlékei  
egyetlen nagy örömmé halmozódhassanak,  
amely nagy félelem is egyben, mint azon a napon,  
mikor a kezdet emlékeztet a végre,  
és az első Eljövétel a másodikra.  
  
Ez a borsónyi gondolat reszket,  
s morzsolódik minden. Bizonytalanban úszik  
hideg hold, tüzes hold.  
Félek.  
Mert többé nem hiszem,  
mert tudom, hogy többé nem tudhatom,  
milyen az egy igaz tünékeny hatalom.  
Látom magamat öregen, szarukeretes szemüvegben,  
de mindent nem látok.  
A véletlen ege, az ártatlanság ege,  
a szertelenség ege feszül minden dolgok fölött.

\*



„Hiszek Amitabha-ban, de Amitabha már nem él.”

– Hogy van a kedves Nevetőné? –

Erre csak biccentett.

„Hallotta?”

Hallottam.

Gézakékazég.

– És hallja, semmi.

„A halál.”

– Nem a halálról beszélek!

Nem azért szeretjük az életet, mert megszoktuk az életet,  
hanem mert megszoktuk a szeretetet.

Látom, hogy meg fogunk halni, de ezt látja maga is. Látja?!

Ez nem számít: az első halál után nincs második.

Nem érti?

Olyan *életet* kéne megtanulni,

hogy ne legyen ünnep,

amelyben élő ne szentelne esküt a halottaknak! –

\*

Nem értette meg.  
aznap, amikor meghalt a felesége, lementem,  
persze ott volt.  
„Maga megmondta. Tudta előre.”  
Ez nem tudás.  
A csillagokat nézte, mintha ott se volnék.  
Suttogni kezdtem a háta mögött, hogy  
– Ó, te tiszta ég fejem fölött!  
Te magasságos. Ez nékem immár a te tisztaságod,  
hogy semmiféle örök ész-pók, sem örök ész pókháló  
nem létezik: –  
de ezt már üvöltöttem a fülébe,  
– hogy nékem isteni véletlenek táncparkettje vagy,  
hogy isteni asztal vagy nékem,  
melyen isteni kockákkal kockáznak a kockavető! –

\*

*„A költészetnek nem szabad túl messzire eltérnie az általános  
mindenapos beszédétől, amit használunk és hallunk.”*

A mindennapi szóhasználatban  
azokat a jelenségeket hívjuk véletlennek,  
amelyekre nem találunk olyan szabályosságot,  
amivel megjósolhatnánk az eredményüket.  
Általában véve azonban semmi okunk nincs arra,  
hogy azt gondoljuk,  
ezekehez a véletlen jelenségekhez tartozik valamilyen  
meghatározott valószínűség.  
Ennélfogva különbséget kell tennünk a véletlenség  
(amely minden szabályosságot nélkülöz)  
és a sztochasztikus véletlenség  
(ami a valószínűségszámítás tárgya)  
között.  
Ez felveti a problémát,  
hogy meg tudjuk-e indokolni  
a matematikai valószínűségelmélet alkalmazását  
a létező világban.

## Jegyzetek

Az itt közölt jegyzetek nem tartoznak a vershez. Kizárólag azért szerepelnek, hogy magyarázatot adjanak arra, miért is vág ez a dolgozat a *Mi a matematika?* című kurzus témáiba.

Azon kívül, hogy valamilyen szinten a művészet és a matematika viszonyával foglalkozom, ami persze elkerülhetetlen, ha egy verset ír az ember matematikai dolgozat gyanánt, szó van itt még a matematika és a valóság kapcsolatáról (erre utal a cím is), a matematika belső fejlődéséről, végül egészen konkrétan Alekszander Nyikolajevics Kolmogorov matematikusról, illetve az ő nagy hatású eredményeiről.

Ugyanakkor fontos hangsúlyozni, hogy ez a vers nem csak ezért íródott, nem csak ezzel foglalkozik. Ennél sokkal messzebb mutató, általános, a matematikától távol álló témái is vannak, annál is inkább, mert ez egy sorozat része (aminek *Illéri* a címe, és megtalálható a <http://www.helyzetember.hu> internetes irodalmi folyóiratban). Így itt sok mindent meg fogok magyarázni, ami a dolgozat témájába vág, de a vers bizonyos részeit nem, mert azok nem ide tartoznak. Azért természetesen ezek a versből nem hagyhatók el.

A vers és a sorozat vezéralakja – itt a lírai én is – Illéri, aki egy Thomas Stearns Eliotból (1888–1965) és Friedrich Nietzschéből (1844–1900) gyúrt figura, aki nagyon gyakran az ő szavaikkal beszél, és persze ahogy kell, sokszor vitatkozik magával. Nem akarok erőltetni magyarázatokat, de engem mindkét bölcs emlékeztet Kolmogorovra: erről talán később.

**1. oldal:** *Andrej Nyikolajevics Kolmogorov (1903–1987)* – A huszadik század egyik legnagyobb orosz (szovjet) matematikusa, számtalan témában alkotott jelentőset, a geometria alapjaitól a mértékelméleten és a fizikai alkalmazásokon át a tehetséggondozásig. A világ mégis három dolog miatt ismeri a nevét: a valószínűségszámítás axiómarendszerét halmaz- és mértékelméleti alapon kidolgozta a harmincas években; az ő sejtései nyomán a hatvanas években született a Kolmogorov–Arnold–Moser-elmélet (KAM-elmélet); illetve a Kolmogorov–Chaitin-féle algoritmikus bonyolultság alapjait teremtette meg. A KAM-elmélet a káoszelmülethez kapcsolódik, én ezzel nem foglalkozom, bár utalnék rá, hogy első ránézésre a káosz nem áll messze a versemtől.

Az első mottó Kántor Péter (1949–) *Az ős* című versének egy részlete.

A második mottó idézet Tóth Krisztina (1967–) *A végvár* című verséből. Ez a kettő összetartozik, tulajdonképpen a második mottó felel az elsőben feltett kérdésre, és nagyon fontos ez a felelet: egyrészt a vers szerkezetéről mond el sokat, ami hemzseg az idézetektől, valóban, alig

vannak benne saját szavak; másrészt megelőlegezi az *időről* és a *szövegről*, *nyelvről*, *szavakról* szóló részeket, amik kikerülhetetlenek. Észre fogjuk venni, hogy a Kolmogorov-bonyolultság bizonyos értelemben az időről, a nyelvről beszél, és amit ezekről mond, az merőben más, mint amit a matematika korábban mondhatott.

*Isten az Isten.* – A Pilinszky János (1921–1981) *Költemény*-éből vett harmadik idézet így már világos. A *jelentés* kérdését firtatom vele. Valójában ha lelkiismeretesebb lennék, a bonyolultságelméletről szóló dolgozatomnak másból sem kéne állnia, csak e sorból vagy Pilinszky e verséből. A vers persze az elméletnél korábban készült, mégis többet mond azzal kapcsolatban ez az egy sora is, mint az én kétszáz sorom. Ilyesmire mutatok még példát. Ennyit a matematika és a művészet viszonyához.

*Nevető* – A másik kulcsfigurája a versnek, ő azonban Illérvivel szemben teljesen fiktív visszatérő alak. A mi szempontunkból leginkább a bizonytalanságot (egyelőre ezt a mindennapi értelemben vegyük) testesíti meg.

„*A fenyők árnyéka, tudtuk,...*” – Nevető teljes itteni szövege idézet Tandori Dezső (1938–) *Egy jellegzetes forduló* című könyvéből. „*Miért lenne ez a közlésekkel másképp? Miért hisszük, hogy kedvükért a terep elegyengethető?*” Nagyjából ugyanez a kérdés vetődött fel Kolmogorovban (persze nem csak benne a matematikusok közül). Ami azt illeti, Alan Mathison Turing (1912–1954) (aki kétségkívül Eliot-hoz, Nietzsche-hez vagy Kolmogorovhoz mérhető elme volt) és az utána jövők ezt a kérdést részben meg is oldották. Turing megalkotta az „elegyengető-gépeket”, vagyis azokat, amik minden kiszámítható algoritmust végre tudnak hajtani. Sőt, bizonyította, hogy univerzális Turing-gép is létezik, azaz le tudjuk fordítani a nyelveket.

Ráadásul ez a fordítás úgy zajlik, hogy minden Turing-gépet (azaz egyszerűen megoldógépet, ez egy nagyon szimpla komputer) leprogramozunk, és ezt a programot futtatjuk az univerzális gépen. Vagyis képesek vagyunk olyan rendszert konstruálni, ami önmagára reflektál. Nota bene, van olyan költészet, amely a költészettel foglalkozik; van olyan vers, amiben más versek működnek. A Turing-algoritmizálás a Kolmogorov-bonyolultság közvetlen előzménye. Amiért viszont helytálló a fenti Tandori-párhuzam, az az, hogy nem minden közlés útja egyengethető el, vagyis nem minden algoritmus oldható meg. Ez a Turing, Kurt Gödel (1906–1978) és Alonzo Church (1903–1995) kutatásainak köszönhető eredmény megváltoztatta a matematikát. Kolmo-

gorov ráadásnak még megmutatta, hogy a közlések jelentős része le sem rövidíthető: „Isten az Isten.”

Ez a Tandori-idézet, láttuk, nagyon szoros kapcsolatba hozható a motókkal is. A versemen belül számos alkalommal fordul elő ilyen hálózatos kapcsolat, néhányat meg fogok említeni, sokat nem. Ezeket a *linkeket* gyakran fölösleges végignézni (nem szólva arról, hogy nem is lehet), időnként viszont szép dolgokra derítenek fényt. Most például arra, hogy ez a hálózatos szerveződés erősen emlékeztet a számítógépes világhálóra (ahol mellel ez a vers megjelenik), amelynek létezéséhez a számítógép-tudomány olyan korszakos eredményei kellenek, mint a Kolmogorov-bonyolultság.

- 2. oldal:** *Cr.* – Véletlenszerűen ráböktem Tom Stoppard (1937–) *Rosencrantz és Guildenstern halott* című színművének (Vas István fordítása) egy szavára, és annak első két betűjét írtam ide. Ez egyelőre csak vicc. „*Előre, Illéri, előre.*” – Kulcsmondat. Többszörös idézet: Gárdonyi Géza (1863–1922) *Egri csillagok*-jában „*Illéri, igazhitűek előre!*” kiáltással indulnak ostromra a törökök. Ezt idézte Lovasi András (1967–) az *Előre Illéri* című dalban, ahol a refrén „*Előre, Illéri, előre.*” A dal témája az idő. Erről kapta nevét hősünk, és így ez a sor utal az *Illéri* ciklus valamennyi darabjára, amik javarészt szintén az idővel foglalkoznak. Azonban a sorozatban vitatkozom Lovasival (és Nevetővel, vagy ki tudja, kivel), és ahogy ebben a versben is, felrúgom az *előret*, az idő folyamatosságát.

Azért hangsúlyozom ennyire az időt, mert a huszadik század matematikája, a véges matematika, a számítógép-tudomány, vagyis az a terület, amihez a Kolmogorov-bonyolultság kötődik, új idő-fogalmat alkotott. Ahogy Lovász László (1948–) írja: „A 19. századi matematika egyik nagy sikere a végtelen fogalmának megragadása volt. Ennek bűvölete olyan erős, hogy hajlamosak vagyunk mindenre, ami véges, rálegyinteni: »Véges sok eset van, amit végig lehet nézni!«. A számítógépek megjelenése azt eredményezte, hogy rájöttünk: a véges nagyon nagy lehet...” Új, mérhető idő-fogalmakra volt tehát szükség, ezeket ismerjük (polinomiális, nem-polinomiális idő), ezekkel nem foglalkozom. A Kolmogorov-bonyolultság és a Turing-algoritmizáció az idők összehasonlításában elengedhetetlen. Például a Kolmogorov-bonyolultság kell számos nem-megoldhatósági (azaz végtelen idejű) probléma elemzéséhez. Mindazonáltal ez az első pont, ahol az ostoba párhuzamok helyett másra is felhívom a figyelmet a valóság és a matematika kapcsolatának kérdésében. A későbbiekben is számtalan utalás lesz az időre, amivel

egyfolytában hangsúlyozom, a létező idő (ha létezik idő) sokkal bonyolultabb annál, mint hogy a matematika le tudja írni. A matematika idő-fogalma nem a valóság idő-fogalma. Persze ez költészet, filozófia.

**3. oldal:** *Unom őt is meg a feleségét is a maguk történeteivel.* – Idézet és visszautalás: „Ezeket a történeteimet, sejtem, mindenki unja. Én meg másokat unok a maguk történeteivel.” Tandori Dezső/NatROID: *Vér és virághab*

*Mb.* – Fent szerepelt a véletlen „Cr.” Azt gondolhatnánk, hogy ez is véletlen, de nem, idézet Ottlik Géza (1912–1991) *Iskola a határon* című remekművéből. Ottlik az az író, akire Tandori a legtöbbet hivatkozik műveiben. Úgy vélem, a szövegben nem lehet eldönteni, hogy ez a két betű nem véletlen választással került oda, az előzővel ellentétben. A Kolmogorov-bonyolultság legnagyobb vívmánya az új véletlen-fogalom, amivel egy sorozatról el lehet dönteni, hogy az véletlen-e vagy sem. Vegyük észre, hogy a hagyományos sztochasztikus véletlen-fogalommal ez nem csak, hogy eldönthetetlen, de ráadásul értelmetlen kérdés. Egy adott sorozat (vagyis bármi, tulajdonképpen minden leírható akár bináris sorozattal) adott, nem lehet véletlen. Az ember mégis úgy érzi, bizonyos sorozatok *véletlenebbek*.

Tom Stoppard *Rosencrantz és Guildenstern halott* című drámájában (amiből már „idéztem”) Guil egymásután nyolcvanöt fejet dob: „A »fej«-nek ez a sorozata lehetetlen.” – írja az instrukciókban Stoppard, holott dehogy. Nem lehetetlenebb, mint *bármelyik* ilyen hosszú fej-írás sorozat. Csak éppen nem *véletlen*, ahogy azt a kolmogorovi értelemben beláthatjuk. Stoppard darabjában a nyolcvanötször veszítő Guil figurája azért abszurd, mert bízik benne, hogy a másik oldalára is eshet az érme. Bizonytalan ott, ahol pedig bizonyos lehetne. A valóságban persze nagyon ritkán lehetünk bizonyosak. Kolmogorov szenzációja az, hogy a matematikában is.

*Nincs olyan gondolat, amit ne lehetne elmondani tíz értelmes szóval.* – Utalás a híres és gyönyörű Richard–Berry-féle írógép-paradoxonra: tekintsük azokat a természetes számokat, amiket 100 karakterrel (vagy tíz szóval) definiálni lehet. Ezek száma persze véges. Vegyük a legkisebb számot, amit nem definiáltunk így. Ekkor a „legkisebb szám, ami nem írható le 100 karakterrel (tíz szóval)” leírja őt, elég röviden. Illéri magabiztossága itt tehát indokolt, de ordító ellentmondásra vezet. A matematikában persze jobb visszavonulni, és megmondani, mit értünk egy szám definiálásán, leírásán, ahogy ezt Kolmogorov meg is tette: a (mondjuk univerzális) Turing-gépen lefuttatott, a számot outputként

adó program a leírás. Ennek hossza a Kolmogorov-bonyolultság. No, ez a definíció nem egyértelmű, hiszen többféle univerzális Turing-gép van, de – belátható, nem nehéz – az eltérés konstans. Mivel *minden* leírható számmal (ezt a matematika alapjaiból tudjuk), mindennek van bonyolultsága. (Más kérdés, hogy ez általában alig számolható ki.) Újra az időnél vagyunk, hiszen a program hossza időt jelent, márpedig egy számot leíró program lehet rövidebb, mint a szám (például  $100^{100}$  egész röviden programozható). Ha minden lerövidíthető így, lényegében megszabadulunk a végtelentől. Fontos eredmény (de nem túl nehéz), hogy van tömöríthetetlen szám (vagy nyelv, ez mindegy). Még fontosabb, hogy szinte alig van tömöríthető.

*Nekem minden vágyam...* – Az első Nietzsche-idézet, pontosan: „*Úgy járok-kelek én az emberek között, miként a jövő töredékei közt: töredékei közt ama jövőnek, melyet látok. Minden költeményem és minden vágyam csak az, hogy eggyéköltsem és összerakjam, mi töredék és talány és szörnyű véletlen. És ugyan miként is viselhetném el ember voltomat, ha nem volna költő és talányok megoldója az ember, ha nem volna a véletlenek megváltója ő! Megváltani az elmúltakat, és »Így akartam!«-má újjáteremteni minden »Megesett«-et – ezt nevezném csak megváltásnak én! Akarat – ez a neve szabadítónknak és örömhír-hozónknak: így tanítottam néktek, barátaim! Most pedig tanuljátok meg hozzá emezt: fogoly még maga az akarat is. Az akarat megszabadít: ámde hogy nevezik vajon azt, mi még a szabadítót is láncra veri? »Megesett«: így hívják hát az akarat fogcsikorgatását és legmagányosabb bánatát. Tehetetlen lévén mindazzal, mi már megtépetett – minden elmúltakra gonoszul tekint. Nem bír visszafelé akarni az akarat; hogy nem bírja megtörni az időt és az idő vágyait – az akarat legmagányosabb bánata ez.*” – *Így szólott Zarathustra II.* A megváltásról (Kurdi Imre fordítása). Az idő és a véletlen szorításában fuldokló embert fest nekünk ez a gondolat, és valóban: az időről már beszéltünk, a véletlenről és bizonytalanságról pedig egyfolytában szó lesz.

Illéri azonban, erről is később lesz szó, másként viszonyul az időhöz, számára minden »Megesett«, hiszen azt mondja, „*töredékei (...) ama jövőnek, amit látok.*” Nem tudom eldönteni, hogy ez bizonyosság-e, vagy még sokkal hatalmasabb bizonytalanság, tehetetlenség. A matematikában a bizonytalanság mérhető, és úgy gondoljuk, a véletlen a valószínűségszámítással megváltható. Kolmogorov arra az eredményre jutott, hogy a bizonytalanság óriási. Sőt... De erről később.

**4. oldal:** *az asszony úgy főz, hogy csuda* – Idézet Nicolas Guillén (1902–



1986) *Az én kicsim* című verséből.

*Úgy nézett rám, mintha látna...* – Idézet József Attila (1905–1937) [*Hová forduljon az ember...*] című verséből.

„Az ilyet nem lehet megmondani előre...” / – *Előre, Nevető?* – Utaltam már erre, Illéri látja a jövőt, így számára az idő nem *előre* telik. Ez nem csak vicc, az, hogy a főhős számára teljesen más az idő, mint ahogy arra gondolni szoktunk, nem véletlen, de ebbe nem fogok beleásni.

„Hát nem érti, ez nem számítható ki, ez véletlen?!” – vö. az utolsó szakasz véletlen-értelmezésével.

*Hát persze, hogy összefutottunk másnap.* – Visszautalás két korábbi sorra: „*A minap összefutottam Nevetővel*”; illetve „*Akárhányszor lejövök, véletlenül mindig belebotlok, mindig.*” – Ez már a vers valamilyen belső irányát mutatja: Illéri először felismeri a véletlent, majd gyanakodni kezd, végül „megváltja a véletlent”, és bizonyosságot szerez. Ezt mulasztja el Guil a Stoppard-műben, és valójában természetesen ez a matematika álláspontja: a véletlen zavarbaejtő kérdését a valószínűség-számítással bizonyossággá tette.

*Elővett egy pénzt, megpörgette és leejtette.* / „*Fej. Mit gondol, mennyi a valószínűsége?*” – Idézet és utalás Tom Stoppard *Rosencrantz és Guildenstern halott* című, lassan kulcsművé váló darabjára. Az előző megjegyzés szellemében a megszelídített véletlen megjósolhatatlanságára hivatkozik Nevető, ahogy Stoppard is, amikor a nyolcvanöt fejet lehetetlen sorozatnak minősíti. Tudjuk, hogy ez nem ilyen egyszerű.

*Van egy másik véletlen is* – Fordulópont ez a kiáltás a versben. Pontosabban: fordulópont ez a gondolat a matematikában. Kolmogorov megalkotta a véletlen új fogalmát, csak hogy ez messze eltér a sztochasztikus véletlen fogalmától. Két véletlenünk van. Ismét az utolsó szakaszra utalok.

*Valóban, az egyetlen dolog, amit az idő...* – Azt hiszem, ez az első Eliot-idézet, a költő *A kultúra meghatározása* című esszéjéből (Lukácsi Huba fordítása) való.

- 5. oldal:** *Vivienne* – Az Eliot-vonal folytatódik, Vivienne a költő első felesége volt. Eliot elveszítette őt, valójában az asszony mentális problémái miatt a kapcsolatuk örömtelen volt (aminek terméke persze, ahogy arra maga is utal, Eliot *The Waste Land*-je, a huszadik század irodalmának egyik legnagyobb műve), az utolsó éveket Vivienne szanatóriumban töltötte. Az előző szakaszban feltételezett kárpótlást megkapta Eliot: katolikus meggyőzésének megfelelően első felesége (akitől nem vált el,

bár nem éltek együtt) halála után, már idős korában elvette Valeriet, akiben valódi társra lelt.

*kinek adós vagyok...* – azért eresztettem olyan bő lére az előző, a matematikához nem kapcsolódó jegyzetet, hogy az utalásokat értelmesen meg tudjam magyarázni. Ez a négy sor idézet Eliot *Feleségemnek* írt verséből. Nekem az a gyanúm, hogy ezt Valerienek írta, én pont az ellenkező értelemben idézem.

*De én mindazt, mi történt, előreéltem.* – A látnok Illéri megint Eliottal beszél, aki az imént említett *Átokföldjében* a mítikus látnokot idézi fel: „*És én, Tiresias, mindent, ami / Ez ágy-díványon lett, előreéltem*” (Vas István fordítása). Talán ez segít megérteni, miért indokolt Illéri látnok-figurájában összehozni Eliotot és Nietzschét, és így miért természetes, hogy Illéri szinte csak az időről képes beszélni. Amely fogalom, mondom, ezer szállal kötődik a matematika huszadik századi új irányaihoz. (Hogy úgy amúgy a tudomány idő-szemlélete milyen változásokon ment át, az szintén összeköthető volna a versemmel, és ennek is csomó matematikai vetülete van, de nem ezzel foglalkozunk most.)

*a tudathoz időkívüliség kell...* – Eliot *Négy kvartett* című monstre költeményének *Burnt Norton* II. szakaszából vett sorok (Vas István fordításában). Ez a hatalmas mű teljes egészében az idővel foglalkozik: látható talán, hogy Illéri valóban egy Eliotra épülő alak. Ugyanakkor kicsit másra is lehet magyarázni e sorokat: az időtől független tudás az igazi tudás. Ez a *Négy kvartett* keletkezésének idejére különös és mély vallásosságát megtaláló Eliot számára (a maga ellentmondásaival együtt) elfogadható gondolat közel áll a tudományok és a matematika hagyományos képéhez, ami mára felborult. Nem szakadhatunk el az időtől. És így is folytatja Eliot: „*csak idővel lehet az időt legyőzni*”. Másképp a sor az algoritmuselmülethez (és a teljes huszadik századi matematikához) is kapcsolható, amely megmutatta, hogy az időben nem oldható meg minden. Hogy a teljes tudás az időben nem szerezhető meg.

*Maga semmit se tud?...* – Eliot: *Átokföldje* (Vas István fordítása).

*De látott már olyan embereket...* – Nietzsche: *A vidám tudomány*, Az idő szerelmeseihez. Újabb szál az Illéri, Eliot, Nietzsche, *idő, tudomány*, Kolmogorov és a többi között feszített hálóban.

- 6. oldal:** *Barátot mondtam, akiben...* – Nietzsche: *Így szólott Zarathustra*, I. A felebaráti szeretetről (Kurdi Imre fordítása) Nietzsche ebben a részben a véletlent említi: „*a célok létrejötté a véletlen által*”. Rímél

ez a korábbi hosszú Nietzsche-idézetre, ahol az »Így akartam« és a »Megesett« ellentmondásos viszonya volt hasonló a *cél* és a *véletlen* viszonyához. És ha már itt tartunk, azt gondolnánk, véletlen az is, hogy meglepően jól írja le ez a gondolat a mai tudományos világképet, ami szerint a „létező világ mozgatórugói” véletlen események, ez mégis valami rend-szerűt tud eredményezni. Nietzsche valóban látnoki ötlete nem véletlen, ezt láthatjuk még.

*Mi hasznunk ennyi és megannyi képből...* – idézet Hugo von Hofmannsthal (1874–1929) *A külső élet balladája* című nagyszerű verséből (Kardos László fordításában). Érdekes felidézni a következő sort is: „*S mégis sokat mond, ki azt mondja: »Este.«*” Ugye nem kell hosszan magyarázni a rokonságot a korábbiakkal: „*Isten az Isten.*”

- 7. oldal:** *Mert régen ismerős...* – Eliot: *J. Alfred Prufrock szerelmi éneke* (Kálnoky László fordítása). A látó Illéri bizonyossága ez, minden ismerős.

*A halál sejtelmében.* – A következő sorokkal együtt idézet Eliot: *A karácsonyfa-kultusz* című verséből (Rónay György fordításában). Inentől a versem hosszan foglalkozik a halál (vagy valami hasonló) témájával, ebbe nem megyek bele, mert nem tartozik ide, de fontos, hogy Illéri bizonytalanságra talál. Ez többek között a Kolmogorov-párhuzamot erősíti. A *véletlent* Kolmogorov váltotta meg halmazelméleten alapuló axiómarendszerével. Ez a nagyszerű tudós azonban ráébredt, hogy „van egy másik véletlen is.” Felvállalta, és képes volt megbirkózni ezzel a második bizonytalansággal, ami azonban – mint kiderült – nagyobb bizonytalanság, és szorosan kötődik a tudományt megrendítő, a matematika alapjaiban felfedezett rendetlenséghez.

Mindazonáltal a bizonytalanság is matematikai fogalommá vált. Az információelmélet entrópia-fogalma a bizonytalanságot méri, de a Kolmogorov-bonyolultság is felfogható a bizonytalanság, a kiszámíthatatlanság, a véletlenség méréseként. Ezzel egy korábbi jegyzetet idéznék fel, amiben megjegyeztem, hogy a matematika képes önmagára reflektálni, képes saját bizonytalanságát a maga eszközeivel mérni. Az eredményt tudjuk: a megjósolhatatlanság, a bizonytalanság óriási.

*s morzsolódik minden...* – Eliot: *Tájak*, IV. A Rannoch, Glencoe-nál (Tandori Dezső fordítása). (Újra Tandori, minden összefügg.) A bizonytalanság kifejezése, ami azért is érdekes, mert az éghez köti a bizonytalant (ahol a hold úszik), és később látjuk, ez nem egyedülálló.

*Mert többé nem hiszek...* – Kulcsfontosságú ez a három sor, mely idézet Eliot *Hamvazószerda* (Vas István fordítása) című hosszú verséből.

Ez a mű Eliot megtérésének költői ábrázolása, amelyben eljut a „*Mert nem remélem, hogy megfordulok / Mert nem remélek / Mert nem remélek új fordulatot*” csalódott bizonyosságától a „*Bár nem remélem, hogy megfordulok / Bár nem remélek / Bár nem remélek új fordulatot*” bizonytalan hitéhez. Ezzel vonok élő párhuzamot Illéri és Kolmogorov közt: Illéri (Eliot által) a látás bizonyosságától jut el a halál bizonytalanságáig, Kolmogorov pedig a sztochasztikus véletlen-fogalomtól a bonyolultságig. Lásd az utolsó szakaszt.

*A véletlen ege, az ártatlanság ege, a szertelenség ege feszül minden dolgok felett.* – Nietzsche: Így szólott Zarathustra, III. Napkelte előtt (Kurdi Imre fordítása). Ez újabb sarokpont, hallgatólagosan többször utaltam már e sorokra, amik előtt Zarathustra azt mondja, „*Bizony mondom, áldás az és nem káromlás, ha úgy tanítom*”. A véletlen ege egy Eliot-idézet folytatása is lehetne a bizonytalan égről. De sokkal fontosabb: Nietzsche itt kimondja azt a látnoki gondolatot, hogy a véletlen a világ mozgatója, hogy a világot a véletlenség törvényei uralják. Nietzsche persze nem volt látnok, nem látta az évtizedekkel későbbi tudományos forradalmat; de hatalmas gondolkodó volt. Hogy a filozófia hogyan hathat a tudományos világra és fordítva, az nagyon bonyolult kérdés, én oda nem merészkelem.

- 8. oldal:** *Hiszek Amitabha-ban, de Amitabha már nem él* – Bonyolult utalás: Amitabha (ejtsd: a-mi-to-fo) Buddha egyik alakja, aki a Gautama örökkévalóságát fejezi ki (Eliot egyszer azt mondta fiatalkoráról, hogy olyan zavarodott volt azokban az években, hogy kis híján buddhista lett, így az *Átokföldjében* sok utalás van Buddha *Tűzbeszédére*); a „*Hiszek Amitabha-ban*” mondat ismételtetése a vallásos szertartás része. A teljes mottó kissé eltorzított idézet Takahata Iszao japán filmrendező *Pom Poko (Heisei Tanuki Gassen Ponpoko)* című animéjéből, az angol változatban eredetileg: „*I believe in Amitabha, but he's dead.*”

*Gézakékazég* – Az *arc* óriásplakát-kiállítás *Palindrom* című darabján ez a felirat a kék égen olvasható. Utalok ezzel a „véletlen egére”; a halálra, illetve az emlékezésre (természetesen ez Hofi Gézának állít emléket); és a Kolmogorov-bonyolultság alkalmazásának egy példájára, mi szerint a palindrómákból (tükröszavakból) álló nyelvet nem ismeri fel bizonyos idő alatt egyetlen egyszalagos Turing-gép sem. Nem megyek bele a magyarázatba, a lényeg, hogy a palindrómák jó példaként szolgálnak a bonyolultságra, illetve a bizonytalanságra, a zabolátlan időre.

*az első halál után nincs második* – Idézet Dylan Thomas (1919–1953) *Visszautasítja, hogy meggyászolja egy gyermek londoni tűzhalálát* című

verséből.

*Olyan életet kéne megtanulni...* – Torzított idézet: Nietzsche: *Imígyen szóla Zarathustra*, I. A szabad halálról (Wildner Ödön fordítása): „*Olyan halált kéne megtanulni, hogy ne legyen ünnep, amelyben haldokló ne szentelne esküt az élőknek!*” Én pont megfordítottam az idézet értelmét, hogy az előző jegyzetben is említett viszonyt a halálhoz, az emlékezést, a halottak tiszteletét hangsúlyozzam. Ez nyilván nem tartozik a tárgyunkhoz. Csak megemlítem tehát, hogy Andrej Nyikolajevics Kolmogorov tiszteletére működik egy honlap a <http://www.kolmogorov.com> címen.

**9. oldal:** *Ó, te tiszta ég fejem fölött! Te magasságos. Ez nékem immár a te tisztaságod, hogy semmiféle örök ész-pók, sem örök ész pókháló nem létezik: – hogy nékem isteni véletlenek táncparkettje vagy, hogy isteni asztal vagy nékem, melyen isteni kockákkal kockáznak a kockavető!* – Nietzsche: *Így szólott Zarathustra*, III. Napkelte előtt (Kurdi Imre fordítása). Körbeértünk. Ha az ember a bonyolultságról akar írni, nehéz egyszerűnek maradni. Nehéz sorról sorra magyarázni, ha minden idézetben ott a mindenség. De Nietzsche/Zarathustra szavai majdnem minden eddigit megvilágítanak. Ez a bölcs a 19. században mindent elmondott a huszadik század tudományáról, ami az ő nyelvén elmondható. Einstein híres szavaira is korán válaszolt. Amiért itt mégsem ér véget hosszú versem, az Kolmogorov kijelentése, amely megrengeti Illéri véletlen egét is.

**10. oldal:** „*A költészetnek nem szabad túl messzire eltérnie az általános mindenapos beszédtől, amit használunk és hallunk.*” – Eliot 1942-es szavai nem csak a nyelvről szólnak, de magyarázkodnak is helyettem az egész vers, de főleg a következő, utolsó szakasz miatt:

*A mindennapi szóhasználatban azokat a jelenségeket hívjuk véletlennek, amelyekre nem találunk olyan szabályosságot, amivel megjósolhatnánk az eredményüket. Általában véve azonban semmi okunk nincs arra, hogy azt gondoljuk, ezeket a véletlen jelenségekhez tartozik valamilyen meghatározott valószínűség. Ennélfogva különbséget kell tennünk a véletlenség (amely minden szabályosságot nélkülöz) és a sztochasztikus véletlenség (ami a valószínűségi számítás tárgya) között. Ez felveti a problémát, hogy meg tudjuk-e indokolni a matematikai valószínűségelmélet alkalmazását a létező világban.* – Kolmogorov szavai Ming Li – Paul Vitányi, *An introduction to Kolmogorov complexity and its applications* című hasznos összefoglaló művében olvashatók angolul: „*In everyday language we call random those phenomena where we cannot*

*find a regularity allowing us to predict precisely their results. Generally speaking, there is no ground to believe that random phenomena should possess any definite probability. Therefore, we should distinguish between randomness proper (as absence of any regularity) and stochastic randomness (which is the subject of probability theory). There emerges the problem of finding reasons for the applicability of the mathematical theory of probability to the real world.”* Ezek egy olyan ember szavai, aki sokáig a véletlen megváltójaként tűnt fel. Olyan matematikus szavai, aki képes volt visszatérni az általa negyven éve elvetett gondolatokhoz, és segítségükkel új világot, totálisan bizonytalan világot teremtett.

## Utószó

Nem tartom különösnek összehozni a matematikát (a tudományt), a filozófiát és a költészetet. Mindazonáltal tartok tőle, hogy az így felfedezett és megteremtett kapcsolatok sem a tudomány, sem a filozófia, sem a költészet nyelvén nem fogalmazhatók meg kellően tisztán, közérthetően. Afelől is kétségeim vannak, hogy van-e egyáltalán értelme megkísérelni elmagyarázni e benyomásokat.

De ez egy dolgozat. Tisztaságot, közérthetőséget nem ígértem; a fentiekén kívül legyen mentségem, hogy éppen a bonyolultságról elmélkedtem. No, nem csak arról. Ahogy néha fény derült rá, akarva sem tudtam megkerülni, hogy általában a tudományról, az új világképről is gondolkodjam.

A matematikai utalásoknál is a benyomásaim, és nem a precíz leírás vezérelt. Ezt azért is megtehettem, mert szerencsére annyi, amennyit én elmondtam a Kolmogorov-bonyolultságelméletéről, precíz formában magyarul elolvasható az irodalomjegyzékben szereplő, általam nagy haszonnal forgatott *Algoritmuskok* című könyvben.

## Irodalom

- RÓNYAI LAJOS – IVANYOS GÁBOR – SZABÓ RÉKA, *Algoritmusok*. TYPOT<sub>E</sub>X, Budapest, 1999.
- MING LI – PAUL VITÁNYI, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*. Springer Verlag, 1997<sup>2</sup>.
- TOM STOPPARD, *Drámák*. Európa, Budapest, 2002.
- FRIEDRICH NIETZSCHE, *Így szólott Zarathustra*. Osiris, Budapest, 2003. (Kurdi Imre fordítása)
- FRIEDRICH NIETZSCHE, *Im-ígyen szóla Zarathustra*. Szukits, Szeged, 1997. (Wildner Ödön fordítása)
- T. S. ELIOT, *Versei*. Európa, Budapest, 1996.
- T. S. ELIOT, *A kultúra meghatározása*. Szent István Társulat, Budapest, 2003. (Lukácsi Huba fordítása)
- <http://www.kolmogorov.hu>
- <http://www.mindentudas.hu>  
<http://origo.hu/mindentudasegyeteme/lovasz/20030630lovasz22.html>
- <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html>
- <http://mathworld.wolfram.com>
- <http://nms.lcs.mit.edu/~gch/kolmogorov.html>